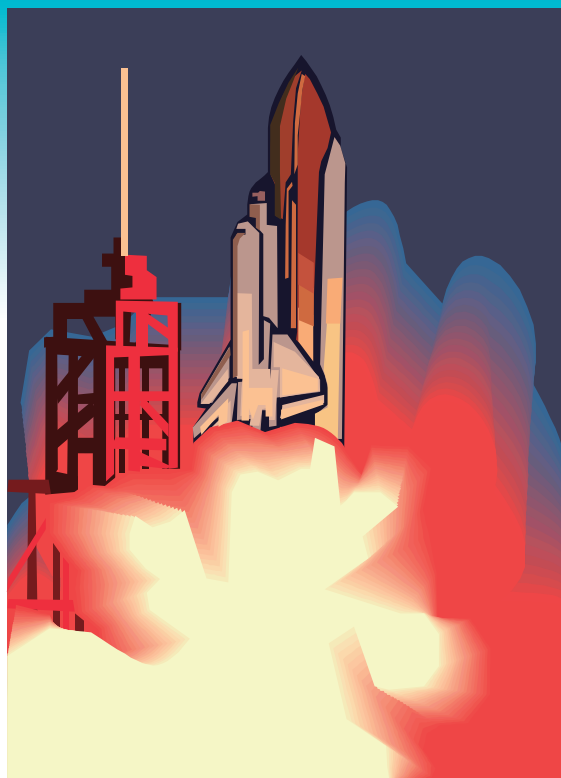


—水を使った加速度計（応用編）—



本教材は宇宙とのつながりを軸として科学を身近に感じてもらうために作った科学教材です。本教材の利用による事故等については一切責任を持ちかねますので、本教材の利用は、経験のある指導者の指導の下に行ってください。

●教材提供●
日本宇宙少年団
福岡分団 麻生 茂氏

2005年3月31日 発行
2013年4月 1日 改訂

目標とねらい

「水を使った加速度計」の応用編では、加速度計を作って実験した後、なぜこのような水面の傾きとして表現できるのについて、基礎方程式から出発して、最終的な結果を導きます。指導者には、高校生が学ぶ微分のわかる人が参加している必要があります。

対象学年	高校生以上	所要時間	2～3時間
------	-------	------	-------

1 材料や工具の用意

●工作に使う材料・工具など

- 3.5 インチフロッピーディスクのケース
大きいと水の量も多くなるので、3.5 インチフロッピーディスクのケースがおすすめです。手に入らない場合は、これと同じくらいの薄さの透明なケースがあればOKです。
- 防水用透明テープ
ホームセンターなどで入手できます。水を漏らさ

- ないようにしなければならないので、防水用を使います。
- はんだごて
- (できれば水を入れるための) スポイト
最近見かけなくなったのですが、100円ショップなどで購入できます。

2 水を使った加速度計の工作

①フロッピーディスクケース（以下「FD ケース」）を、ふたを開閉するちょうつがいも両方とも上側になるように立てます。そして、上から水を入れるための穴(直径3～4mm)を開けておきます。ドリルだと割れやすいので、熱したハンダごてなどを利用するとよいでしょう。

②防水用透明テープでフタを密閉します。このとき、角の処理に工夫が必要です。10mm くらい長めに貼りつけて、余った部分に FD ケースの角に沿ってはさみを入れ、それを面に沿って貼りつけるときれいにできます。

③水を入れてできあがり。

3 実験と方程式による説明

① FD ケースの穴のほうを上を持ち、水を 1/3 から半分くらい入れます。

② FD ケースを横に動かして、水がどんな動きをするか観察します。

③車に乗って実験します。助手席か後部座席に座ります。FD ケースの長い方の面を車の進行方向と平行にします。

④車を発進してもらいます。

- ・ゆっくり発進した場合
- ・すこし急に発進した場合
- ・急に発信した場合

それぞれ水がどのような動きをするかを観察します。

⑤ FD ケースの加速度計の水の動きと、その時の車の速さがどのような関係にあるか調べましょう。水の傾きがずっと同じになるようにアクセルを調整して走るとき、ストップウォッチを使って時間と車の速度計の目盛を記録し、横軸に時刻、縦軸に速さをとってグラフを書くと、直線になることがわかります。

⑥カーブを曲がるときは、横方向の水の動きがわかるように FD ケースの広いほうの面を自分に向けます。

⑦宇宙飛行士がスペースシャトルで宇宙へ出発するときの加速度を $2.5g$ とし、この加速度が水平方向に働いた時はフロッピーディスクケースで観察される水の傾きは、 $\arctan(2.5)=68.2$ 度です。

車の加速の仕方にもよりますが、安全を確保しつつ、できるだけ大きな加速を行って、加速度を測るとともに、宇宙飛行士の気分を味わってみましょう。

※ここで g は、 9.8m/s^2 の重力加速度のこと。

⑧水面が傾いた面となって表現できることを基礎方程式から導きます。次ページからの「補足資料」に説明しているので、高校生なら自習できるかもしれませんが、ただし、微分の考え方がわかる人が指導する必要があります。そして、求められれば流体の方程式そのものを導いてみせることが必要です。このことによって、自然界で起こることが、まず方程式で記述され、それを解くことによってその自然現象が説明できることが体験できます。

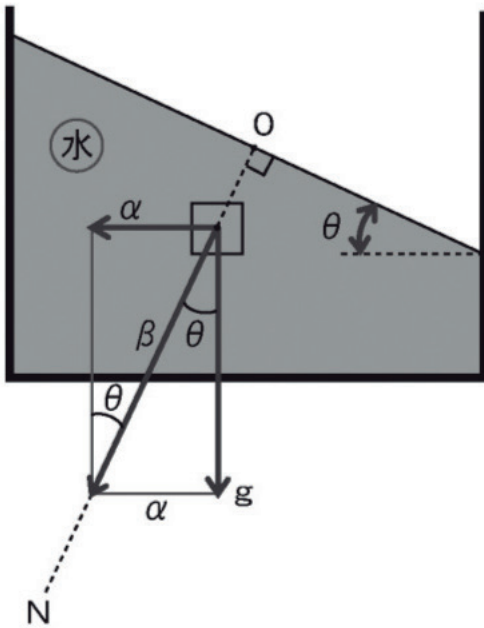


Fig.1

- $a = 1 g$
- $2 g$
- $4 g$
- $6 g$

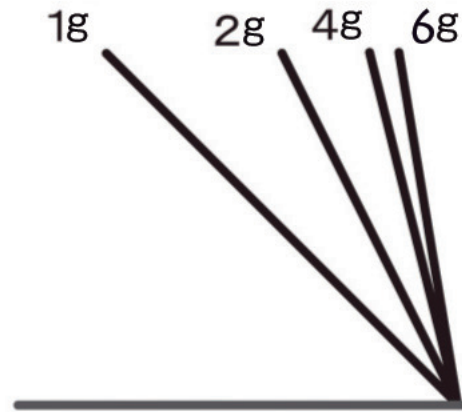


Fig.2

$$\tan \theta = \frac{a}{g}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{a}{g}$$

$$\theta = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$$

$$\tan^{-1} 2 = 63.44^\circ$$

$$\tan^{-1} 4 = 75.96^\circ$$

$$\tan^{-1} 6 = 80.54^\circ$$

重力場の下で、一定の加速度を鉛直線に垂直の方向に受けている水は、Fig.1のようにあたかも \overline{ON} 方向に $\beta = \sqrt{g^2 + a^2}$ の加速度場にあるかのような動きをする。従って水面の傾きは

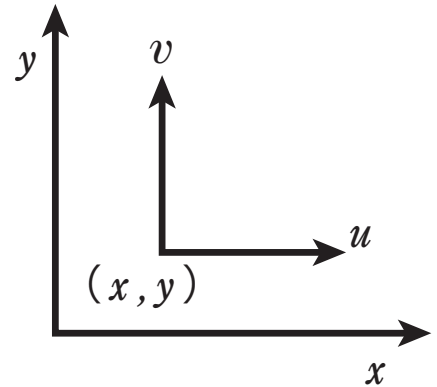
$$\theta = \tan^{-1} \frac{a}{g}$$

で与えられる。(θ はどんな液体を使っても変わらない。)

横方向に $1g, 2g, 4g, 6g$ の加速度 (ここで g とは 9.8m/s^2 の加速度のこと。 $2g$ であれば、 $9.8\text{m/s}^2 \times 2 = 19.6\text{m/s}^2$ 。) を受ける水は Fig.2 に示す傾きを示す。

水を2次元非粘性流体として運動方程式を立てる。
 水の密度を ρ , 水の各点の速度ベクトルを (u,v) ,
 水に働く圧力を p とすると,
 連続の式:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$



運動方程式:

(x 方向)

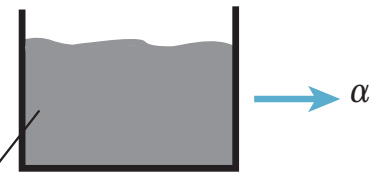
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

(y 方向)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

が成り立つ

ここで X, Y は物体力 (流体の単位質量あたりに働く力のこと。重力や電磁力など)。今、水が満たされている水容器を右側に (x 軸の正方向に) 一定加速度 α で動かした時、水は反動として x 方向に $-\alpha$ の加速を受ける。また、重力は鉛直下方 (y 軸の負の方向) に加わっているものとする



よって

$$X = -\alpha, Y = -g$$

である。

水 (流体) は非圧縮性だから

$$\rho = \text{const.} = \rho_0 \quad (4)$$

また、流体は静止状態でありついているとすると、

$$u = v = 0 \quad (5)$$

(4),(5) より

$$(1) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial \cdot 0}{\partial x} + \frac{\partial \cdot 0}{\partial y} = 0$$

$$(2) \rightarrow 0 = -\alpha \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6)$$

$$(3) \rightarrow 0 = -g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (7)$$

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \alpha, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho_0 g \quad (8)$$

を得る。(連立微分方程式)

(8)の第1式を積分して

$$p = -\rho_0 \alpha \cdot x + C(y)$$

これを(8)に代入すると

$$\frac{\partial}{\partial y} (-\rho_0 \alpha x) + \frac{\partial}{\partial y} (C(y)) = 0 + \frac{\partial C}{\partial y} = -\rho_0 g$$

これより

$$\frac{\partial C}{\partial y} = -\rho_0 g$$

上式を積分して

$$C = -\rho_0 g y$$

$$\therefore p = -\rho_0 \alpha x - \rho_0 g y \quad (9)$$

水面では圧力 p は一定で p_0 とおけるので,(9)より

$$-\rho_0 \alpha x - \rho_0 g y = p_0$$

$$\therefore y = -\frac{\rho_0 \alpha}{\rho_0 g} x - \frac{p_0}{\rho_0 g}$$

$$y = -\frac{\alpha}{g} x - \frac{p_0}{\rho_0 g} \quad (10)$$

つまり鉛直下方に g , $-x$ 方向に α の一定加速度を受ける水の自由表面は

$$-\frac{\alpha}{g} \quad (11)$$

の傾きをもつ直線となる。

科学する心を
育てよう

こんな問いかけをしてみましょう。

- ①「どうして水が動くのだろう」
- ②「水が動く方向と自分のからだを感じる方向は同じかな？ 反対向きかな？ 車の動きとは同じ？ 反対？ 関係ない？」
- ③「からだは、どうして力を感じるのだろう？ どこで感じるのだろう？」
- ④「これを方程式で表すとどうなるのだろう。挑戦してみよう！」

安全対策

- ①ハンダごてやドリルの使用には、十分気をつけましょう。（これからの作業は、指導者が予め行っておくのがよいでしょう。）また、はさみを使った工作なので、はじめに、はさみの使い方、友だちへのはさみの手渡し方を指導しましょう。
- ②車に乗って水の動きを調べるときは、必ずシートベルトを着用します。
- ③車に乗って水の動きを調べるときは、安全な場所で、周囲の安全をよく確認してから実験してください。
- ④無理をして大きな加速度を体験するような、危険な運転はやめましょう。

学習指導要領
との関連

中学校 1年	理科 (エネルギー)	力と圧力
中学校 3年	理科 (エネルギー)	運動の規則性
中学校 3年	理科 (エネルギー・粒子)	科学技術の発展

キーワード 加速度、加速度計、宇宙への出発時、反対向き、ロケット

教材提供 : 日本宇宙少年団福岡分団 麻生茂氏
発行 : 宇宙航空研究開発機構 宇宙教育センター

協力 : 財団法人日本宇宙少年団 YAC 株式会社学習研究社
©JAXA2013 無断転載を禁じます